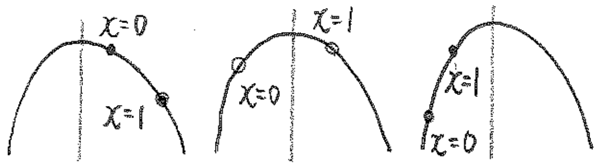
① $f(x) = ax^2 + 2bx$
$= a\left(x + \frac{b}{a}\right)^2 - \frac{b^2}{a}$

(i) $a > 0$ のとき

最小値 $f(0)$　　頂点　　$f(1)$

(ii) $a < 0$ のとき

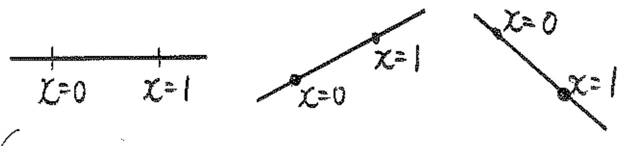


最小値 $f(1)$　　$f(0)$ or $f(1)$　　$f(0)$

(iii) $a = 0$ のとき

$y = 2bx$

・$b = 0$ のとき　　・$b > 0$　　・$b < 0$



最小値
$f(0)$ or $f(1)$　　$f(0)$　　$f(1)$

ずっと最大であり
最小でもある

⊙ すなわち
最小値になるのは
$f(0)$, $f(1)$, 頂点 しかない

最小値が $f(0)$ or $f(1)$ のとき

$f(0) = 0 \neq -1$ より不適

$f(1) = a + 2b = -1$　　$\therefore b = -\frac{a+1}{2}$

最小値が頂点のとき

$a > 0$ かつ $0 < -\frac{b}{a} < 1$ のとき

すなわち　$a > 0$ かつ $-a < b < 0$

$f\left(-\frac{b}{a}\right) = -\frac{b^2}{a} = -1$

$b^2 = a$

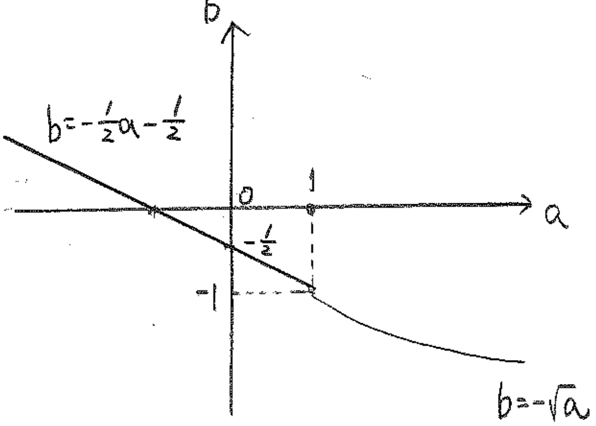
$\therefore b = -\sqrt{a}$　$(\because b < 0)$

このとき a の範囲は

$a > 0$ かつ $-a < b < 0$ かつ $b = -\sqrt{a}$ もみたすので

$\therefore a \geqq 1$　ホソク

$$\begin{cases} a \geqq 1 \text{ のとき } b = -\sqrt{a} \\ a < 1 \text{ のとき } b = -\frac{1}{2}a - \frac{1}{2} \end{cases}$$

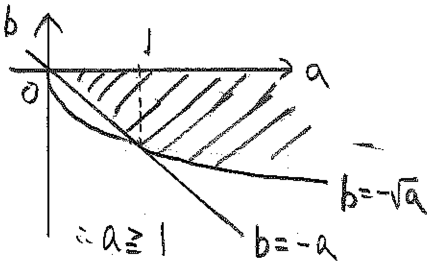


ホソク

$a > 0$

$-a < b < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -a < b \\ b < 0 \end{cases}$

$b = -\sqrt{a}$



$\therefore a \geqq 1$